

M1PFAPhy - M1SUTS

Physique atomique et moléculaire

2019/20

Partiel 2019

Questions de cours :

Expliquer brièvement l'expérience de Stern-Gerlach, et détailler pourquoi le résultat obtenu est incompatible avec des moments magnétiques dus aux moments cinétiques orbitaux.

Exercice 1: Eft de taille du noyau

Nous nous placerons dans le cadre de la théorie des perturbations *indépendante du temps* afin d'évaluer l'importance de l'effet de taille du noyau sur les niveaux d'énergie. On considèrera un potentiel coulombien écranté de la forme :

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{e^2}{r} & \text{pour } r > r_0 \\ \frac{e^2}{r_0^3}(r^2 + C) & \text{pour } r < r_0 \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de C pour que $V(r)$ soit continu en $r = r_0$
2. On vise à écrire le Hamiltonien sous la forme $H_{\text{ef}} = H_0 + W$, avec H_0 le Hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène. Donner l'expression de la perturbation W .
3. Donner les valeurs propres du Hamiltonien non-perturbé H_0 pour les niveaux $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d$.
4. En utilisant la théorie des perturbations *au premier ordre*, calculer l'effet de W sur les niveaux $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d$ de l'atome d'hydrogène. Dans tous les cas, on considèrera $r_0 \ll a_0$, ainsi que les approximations $R_{nl}(r) \approx R_{nl}(0)$ pour $0 < r < r_0$ soit valable.
5. Comparer les résultats obtenus, et donner une interprétation.

Données:

$$R_{10} = 2 \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-Zr/a_0}$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{Z}{2a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) e^{-Zr/2a_0}$$

$$R_{20} = 2 \left(\frac{Z}{2a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{Zr}{2a_0} \right) e^{-Zr/2a_0}$$

$$R_{32} = \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}} \left(\frac{Z}{3a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right)^2 e^{-Zr/3a_0}$$

$$R_{31} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \left(\frac{Z}{3a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) \left(1 - \frac{Zr}{6a_0} \right) e^{-Zr/3a_0}$$

$$R_{30} = 2 \left(\frac{Z}{3a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2Zr}{3a_0} + \frac{2(Zr)^2}{27a_0^2} \right) e^{-Zr/3a_0}$$

TSVP.

Exercice 2: L'effet spin orbite

- Dans cette excercise, on étudie le couplage spin-orbite sur le spectre de l'atome de hydrogène qui est donné par l'expression $H_{so} = \xi \vec{l} \cdot \vec{s}$.
 - Dans cette expression, que signifie respectivement \vec{l} et \vec{s} ? Expliquer qualitativement l'origine du terme.
 - En utilisant le moment cinétique total $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$, exprimer H_{so} en fonction de j^2, l^2 et s^2 . En déduire la base adaptée pour évaluer la correction spin-orbite.
 - Calculer la correction énergétique de l'état fondamental dû au terme spin-orbite.
 - L'électron est maintenant promu dans l'état $2p$. Calculer la correction énergétique de cet état $2p$. Montrer –en particulier– l'éclatement en deux sous-niveaux, dont on donnera les nombres quantiques associés ainsi que la séparation énergétique en fonction de ξ .
 - On considère maintenant l'état $3d$. Calculer la correction énergétique correspondante. En combien de sous-niveaux l'interaction spin-orbite donne t-elle lieu? Donner la séparation des raies en fonction de ξ .
 - Une des raies de la série de Balmer provient de la transition $3d - 2p$. En tenant compte des règles de sélections énoncées ci-dessous, déterminer les transitions possibles ($\Delta l = \pm 1; \Delta j = 0, \pm 1$).
- On applique maintenant un champ magnétique statique et uniforme dirigé selon l'axe O_z . On suppose que les corrections énergétiques dues à l'effet Zeeman sont petites devant la structure fine. Pour étudier le système, on peut alors conserver les états de la base utilisée pour décrire la structure fine. Dans ce cas le hamiltonien Zeeman peut s'exprimer en fonction de j_z selon l'expression : $\hat{H}_{Zee} = g_j \frac{\mu_B B}{\hbar} j_z$ avec $g_j = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}$.
 - Établir l'expression de la correction énergétique à appliquer sur les niveaux de structure fine des états $1s$ et $2p$ établis ci-dessus.
 - Montrer que mesurer expérimentalement l'éclatement sous champ magnétique faible permet de déterminer j pour les différents états de structure fine.

Exercice 3: Structure hyperfine

On considère un système hydrogénoïde dont le noyau possède un spin $I = 5/2$ (par exemple ${}_{30}^{67}\text{Zn}$).

Le Hamiltonien responsable de la structure hyperfine peut alors se mettre sous la forme $H_{hf} = \frac{A}{\hbar^2} \vec{I} \cdot \vec{J}$.

- En définissant le moment angulaire total $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$, exprimer H_{hf} par F^2, J^2 et I^2 .
- Calculer les corrections énergétiques à appliquer à l'état fondamental en utilisant la base des états propres à I^2, J^2, F^2, F_z . Préciser les dégénérescences des états impliqués. Quelle est alors l'état fondamental si l'on inclue la structure hyperfine ($A > 0$) ?